3. a) Nous avons $A_{3n} = 2^{3n} + 2^{6n} + 2^{9n}$. Chacun des exposants 3n, 6n et 9n étant un multiple de 3, les restes des divisions de 2^{3n} ; 2^{6n} ; 2^{9n} par 7 sont a chaque fois égaux à 1 donc le reste de la division de A_p par 7 est, dans le cas p = 3n, égal a 3.

Nous avons $A_{3n+1} = 2^{3n+1} + 2^{6n+2} + 2^{9n+3}$. Or le reste de la division de 2^{3n+1} par 7 est. 2, le reste de la division de 2^{6n+2} est. 4 (puisque 6n + 2 est. un multiple de 3 auquel on ajoute 2) et le reste de la division de 2^{9n+3} par 7 est 1 (puisque 9n + 3 est un multiple de 3). Le reste de la division de :

$A_{3n+1} = 2^{3n+1} + 2^{6n+2} + 2^{9n+3}$ est donc nul, car la somme des restes des divisions de chacun des termes de cette somme donne 7.

Le nombre A_p, dans le cas p = 3n + 1, est divisible par 7.

Nous avons : $A_{3n+2} = 2^{3n+2} + 2^{6n+4} + 2^{9n+6}$.

Le reste de la division par 7 de 2^{3n+2} est 4.

Le reste de la division par 7 de $2^{6n+4} = 2^{3(n+1)+1}$ est 2.

Le reste de la division par 7 de $2^{9n+6} = 2^{3(3n+2)}$ est 1.

Comme dans le cas précédent, nous en déduisons que le nombre A_p, dans le cas p = 3n + 2, est divisible par 7.

4. Nous avons : $a = \overline{1001001000} = 2^3 + 2^6 + 2^9$ soit $a = A_3$.

$b = \overline{1000100010000} = 2^4 + 2^8 + 2^{12}$ soit $b = A_4$.

3 est de la forme 3n donc, d'après 3.a), A_3 n'est pas divisible par 7.

4 est de la forme 3n + 1 donc, d'après 3.b), A_4 est divisible par 7.

Exercice 4

A-1-a) Etude de f :f est dérivable sur]0 ; + ∞ [sa fonction dérivée est

$f'(x) = \frac{-1}{x^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} < 0$

donc f est strictement décroissante sur] 0 ; + ∞ [

Limites de f aux bornes de son domaine

On écrit : $f(x) = \frac{1 + x\ln x - x\ln(x+1)}{x}$

Qarray.tn -Adra Riech- Qarray.tn